

Energia Potencial Gravitacional

* U que é força?

* U que é trabalho? (W)

* U que é energia? (U)

* Força = Esforço para produzir uma aceleração em um corpo m .

$$* W_{a \rightarrow b} \equiv \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

* Energia = Capacidade de realiza trabalho (qq coisa)

Se energia é a capacidade de realizar trabalho e trabalho é definido em termos de uma força empurrando algo por uma distância, então podemos relacionar a força gravitacional com o trabalho que ela realiza sobre um corpo que sai de um ponto $\vec{r}_a$ e vai a um ponto $\vec{r}_b$.

$$W_{F_g} = \int_a^b \vec{F}_g \cdot d\vec{r}$$

$$W_{F_g} = \int_a^b -\frac{GMm}{r^2} dr \frac{\hat{r} \cdot \hat{r}}{1}$$

$$W_{F_g} = -GMm \left[(-1) \hat{r}^{-1} \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{F_g} = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad \text{Energia - Eq. (1).}$$

$\Rightarrow$ Se esse trabalho foi realizado, então alguém cedeu ou ganhou energia, afinal, é preciso de energia para realizar trabalho.

No "exercício" acima calculamos o trabalho realizado pela força gravitacional entre $\underline{M}$ e $\underline{m}$. Portanto, este trabalho está associado com o ganho ou a perda de energia do sistema composto por $\underline{M}$ e $\underline{m}$.

"Obviamente" quem realiza um trabalho positivo perde energia.

Exemplo: Um trabalhador gasta calorias (energia) para realizar trabalho positivo.

Então a variação na energia de um sistema tem sinal contrário ao do trabalho que realizou.

$$\Delta U = -W$$

Da equação (1) podemos inferir que

$$\Delta U = -W_{F_g}$$

$$\Delta U = -GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \Rightarrow \text{Variação da energia gravitacional do sistema quando se leva } \underline{m} \text{ de } r_a \text{ até } r_b.$$

É habitual usarmos o ponto r_a em uma referência fixa no infinito ($r_a \rightarrow \infty$)

$$\Rightarrow \frac{1}{r_a} \rightarrow \text{zero}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\infty} = -\frac{GMm}{r} \quad (r_b \equiv r)$$

Também é hábito usar U em vez de ΔU_{∞}

$$\Delta U_{\infty} \equiv U$$

Portanto, $U = -\frac{GMm}{r}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{corresponde à energia do sistema} \\ \text{composto por } \underline{M} \text{ e } \underline{m} \text{ sendo } \underline{r} \text{ a} \\ \text{distância entre seus centros de} \\ \text{massas.} \end{array} \right.$

Não perca a informação equivalente que $\underline{U}$ também pode ser pensado como sendo o trabalho realizado pela força gravitacional quando se traz $\underline{m}$ do infinito até $\underline{r}$.

Para casos onde $M \gg m$, tal que a posição de $\underline{M}$ nunca é significativamente alterada (tipo terra / corpos sobre a terra) costuma-se referir-se à $\underline{U}$ como sendo a energia potencial de $\underline{m}$. Trata-se, no entanto, de um exagero de linguagem.

Em resumo:

$$U = - \frac{GMm}{r}$$
 é a energia do sistema composto por $\underline{M}$ e $\underline{m}$ quando seus centros de massa estão distanciados de $\underline{r}$.

O que significa o sinal negativo?